Constructions mécaniques

par ???
du Collège Victor Hugo de Noisy le Grand

enseignants : Mme Brunstein et M. Pierre Lévy

chercheur : M. Jean-Michel Kantor, mathématicien, Jussieu

AMELIORER
la précision du tracé d'une figure,
REPRODUIRE
des figures identiques, agrandies ou retrécies,
FACILITER
la construction d'une figure géométrique,
REDUIRE
le nombre d'instruments à utiliser,
et
LE PLAISIR d'inventer des machines,
telles sont les motivations qui nous ont amenés à choisir ce thème intitulé :

" CONSTRUCTIONS MECANIQUES ".

Nous allons vous présenter le travail que nous avons effectué tout au long de l'année sur les points suivants :
— la translation
— la symétrie axiale
— la symétrie centrale
— la réduction ou l'agrandissement de figure

Loi de Lionnel 2

Quand on additionne deux fois le même nombre, on obtient le double de ce nombre.

Si N est n'importe quel nombre, $N + N = 2 \times N$.

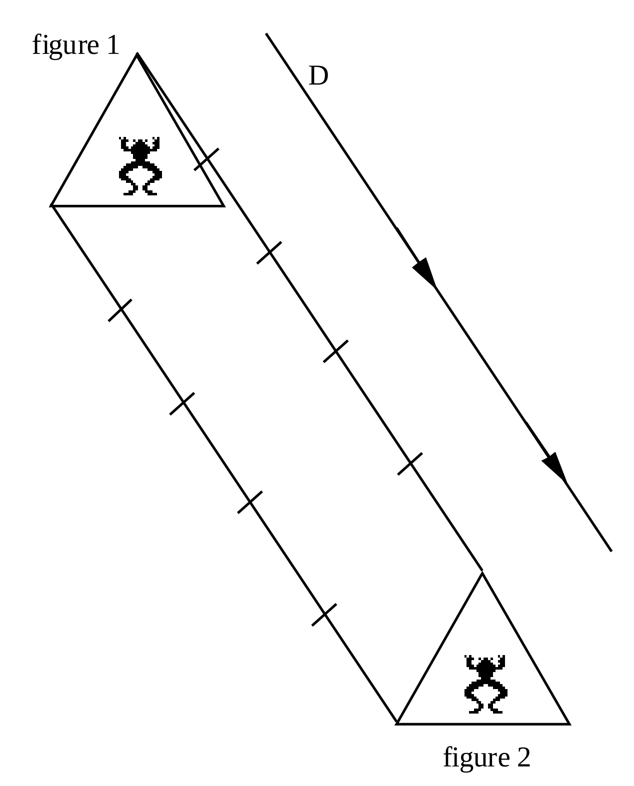
LA TRANSLATION

Qu'est-ce qu'une translation ?

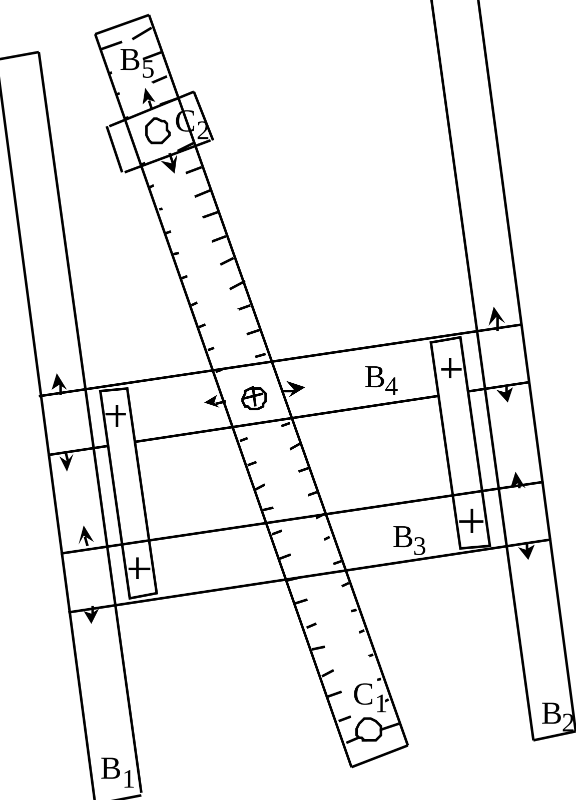
La translation est un déplacement selon une direction donnée avec un sens et une distance donnés.

Exemple.

La translation qui fait passer de la figure numéro 1 à la figure numéro 2 est une translation selon la direction donnée par la droite D, dans le sens des fléches et d'une longueur de 5 graduations.



LA MACHINE A TRANSLATER



LEGENDES

+ Points de fixation de la machine

○ Emplacement des crayons

Graduations

⊕ Axe de rotation

MODE D'EMPLOI POUR LA MACHINE A TRANSLATER

Première étape :

La branche B_5 portant les deux crayons doit être réglée dans la direction de la translation. Il suffit de la faire pivoter autour de son axe. Cette direction ne devra plus changer jusqu'à la fin de la construction : il faut donc bien serrer la vis de réglage.

Deuxieme étape :

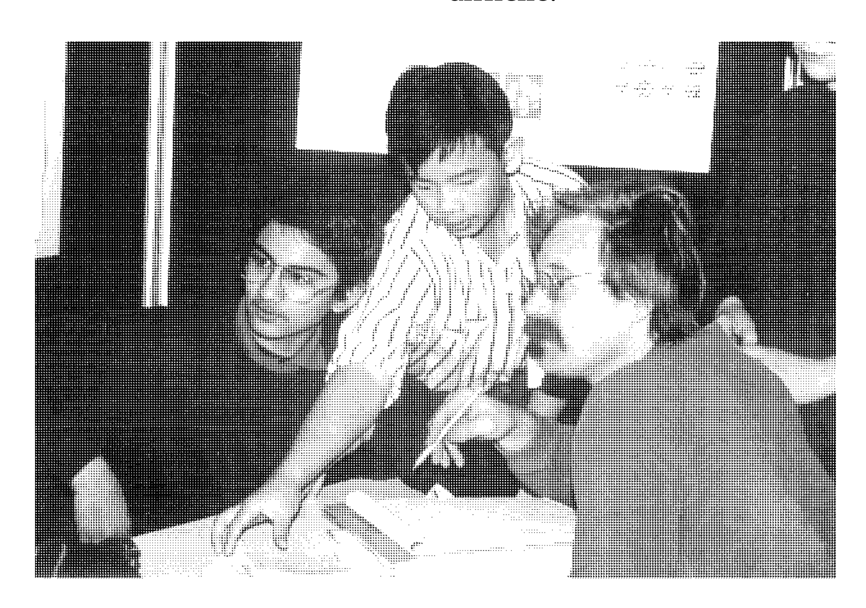
Régler la distance C_1C_2 qui correspond à la distance dont il faut déplacer la figure. Cette distance ne devra plus changer jusqu'à la fin de la construction.

Troisième étape :

Repasser la figure à reproduire avec le crayon C_1 en faisant coulisser les barres centrales B_3 et B_4 le long des barres latérales B_1 et B_2 et la barre B_5 portant les crayons le long des barres centrales B_3 et B_4.

Remarque :

On peut obtenir ainsi l'image d'une figure quelconque par une translation à condition qu'elle ne soit pas trop grande. Cependant, si la figure est courbe, la manipulation est difficile.



Loi de Louise 1 Si N est n'importe quel nombre, le chiffre des unités de 11 + N vaut 1 de plus que le chiffre des unités de 11 x N.

exemple : si N vaut 123 — 123 + 11 = 134
123 x 11 = 1353

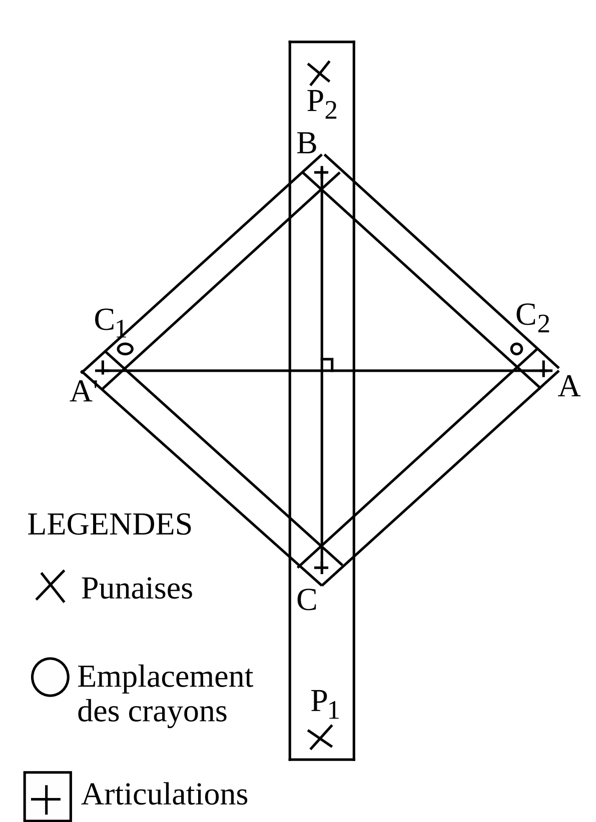
Le chiffre des unités de 134 vaut 1 de plus que le chiffre des unités de 1353.

LA SYMETRIE AXIALE

Qu'est-ce qu'une symétrie axiale ?

Deux figures sont symétriques si lorsque l'on plie le long de cet axe elles se superposent.

LA MACHINE PERMETTANT DE FAIRE DES SYMETRIES AXIALES



MODE D'EMPLOI POUR LA MACHINE PERMETTANT DE FAIRE DES SYMETRIES AXIALES

Exemple

1) On pointe les punaises P_1 et P_2 sur l'axe de symétrie.

2) On repasse la figure à reproduire avec l'un des crayons (C_1), l'autre (C_2) la reproduit de l'autre côté de l'axe.

Cas particulier

Si la figure est coupée par l'axe de symétrie nous pensons qu'il est impossible de tracer sa figure symétrique parce que l'axe de la machine est trop large.

LA SYMETRIE CENTRALE

Qu'est-ce qu'une symétrie centrale ?

Une symétrie centrale est la rotation d'une figure à 180° autour d'un point.

LA MACHINE PERMETTANT DE FAIRE DES SYMÉTRIES CENTRALES

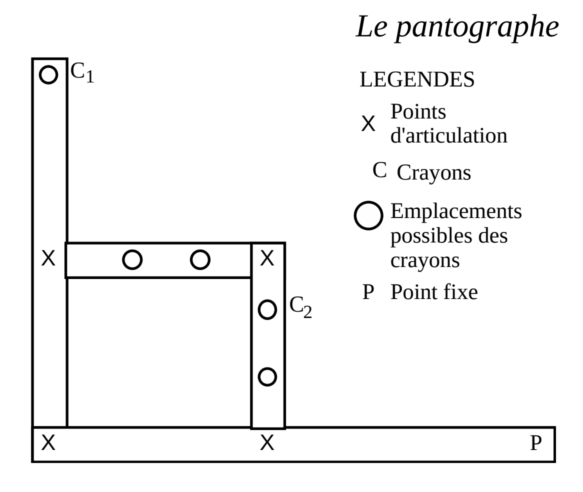
[NDLR : La machine conçue par les élèves ne répondait pas à toutes leurs attentes … Ils l'ont réalisé au Palais de la Découverte, en pleine visite officielle, mais ils n'ont pas trouvé les trous de souris qu'ils ont cherchés à ce moment-là. Laissons-là la symétrie centrale, et passons à la suite.]

AGRANDIR ET REDUIRE DES FIGURES

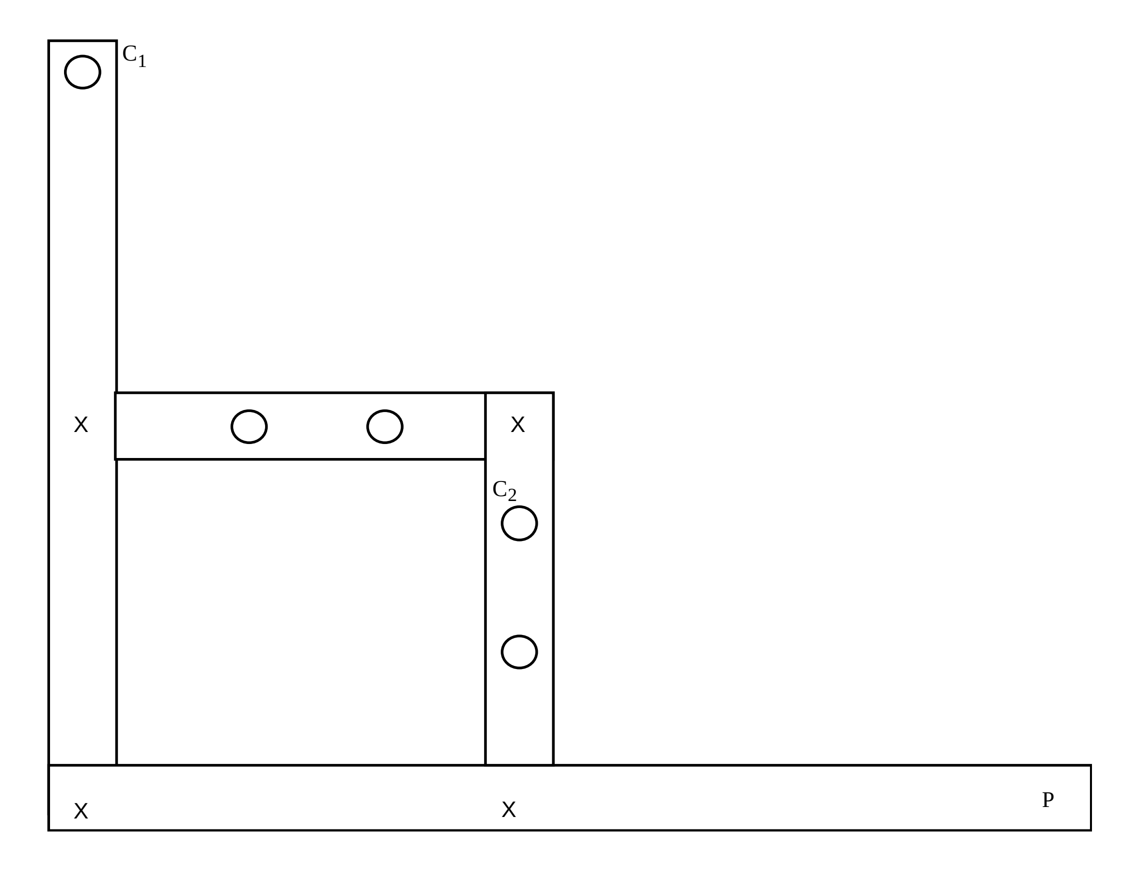
Nous allons vous montrer une machine sur laquelle nous avons travaillé au cours de cette année. Elle porte le nom de pantographe. " RETRECIR OU AGRANDIR ", telle est sa devise.

Le pantographe est en effet capable de rétrécir ou d'agrandir une figure polygonale.

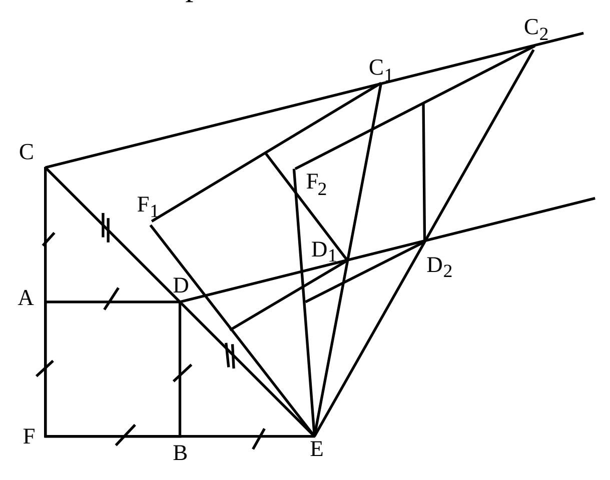
Le pantographe



Le pantographe



Nous avons travaillé avec un pantographe particulier et nous allons vous prouver que celui-ci est capable de reproduire une droite en une droite parallèle.



FADB est un carré.
Les segments [FC] et [FE] ont la même mesure. A est le milieu du côté [FC] et B est le milieu du côté [FE].

EBD est un triangle isocèle et rectangle en B car FADB est un carré et le point B est le milieu du segment [EF], donc les segments [EB], [BF] et [BD] ont la même mesure.

De même DAC est un triangle isocèle et rectangle en A parce que le point A est le milieu du segment [FC] donc les segments [FA], [AC] et [AD] ont la même mesure.

Pour prouver que les points E, D et C sont alignés il faut calculer la mesure de l'angle EDC :

$\angle EDC = \angle EDB + \angle BDA + \angle ADC$

$\angle EDB = (180° - \angle EBD) : 2$
$\angle EDB = (180° - 90°) : 2$
$\angle EDB = 90° : 2$
$\angle EDB = 45°$

L'angle BDA est égal à 90° parce que $\angle BDA$ est un angle du carré FADB et on sait que tous les angles d'un carré sont égaux à 90°.

$\angle ADC = (180° - \angle DAC) : 2$
$\angle ADC = (180° - 90°) : 2$
$\angle ADC = 90° : 2$
$\angle ADC = 45°$

<u>Loi de Louise 2</u>

Les multiples de 5 se terminent tous par 0 ou par 5.

On a alors :
$\angle EDC = \angle EDB + \angle BDA + \angle ADC$
$= 45° + 90° + 45° = 180°$
On a ainsi prouvé que les points E, D et C étaient alignés.

Maintenant, il faut montrer que D est le milieu du segment [EC].

Les droites (FB) et (AD) sont parallèles, parce que les segments [FB] et [AD] sont des côtés opposés du carré FADB.

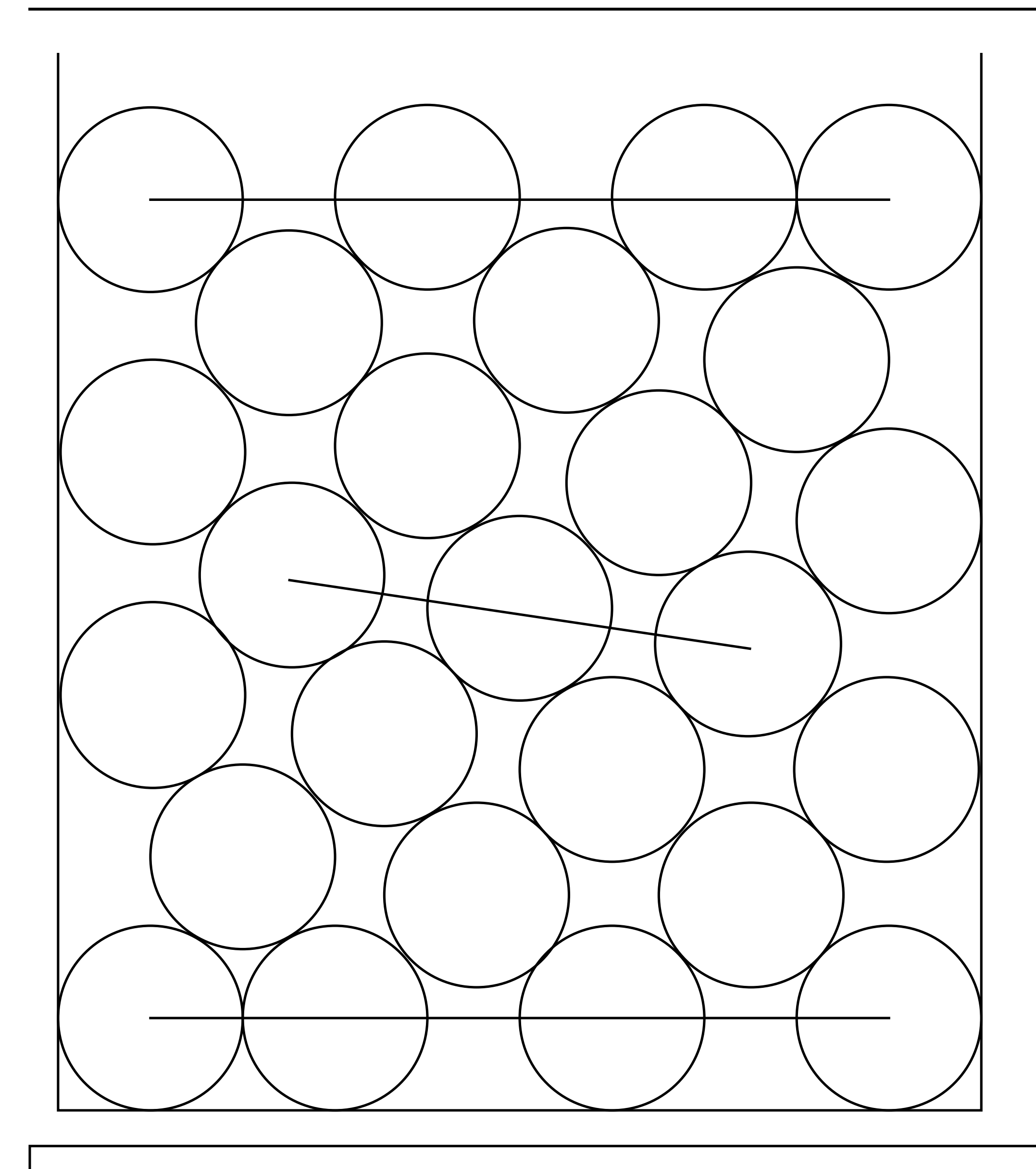
Dans le triangle EFC, A est le milieu du côté [FC] et la droite (AD) étant parallèle à la droite (FB), alors la droite (AD) coupe le segment [CE] en son milieu. D est donc le milieu de [CE].

Dans le triangle CEC_1, D étant le milieu du côté [CE] et D_1 étant le milieu du côté $[C_1E]$ alors la droite (DD_1) est parallèle à la droite (CC_1).

Dans le triangle CEC_2 le point D étant le milieu du côté [CE] et D_2 étant le milieu du côté $[C_2E]$ alors les droites (DD_2) et (CC_2) sont parallèles.

Les droites (DD_1) et (DD_2) sont sécantes en D d'une part et sont parallèles d'autre part à la même droite (CC_2) donc elles sont confondues c'est-à-dire que les points D, D_1 et D_2 sont alignés. La droite (CC_2) est transformée en la droite parallèle (DD_2).

Nous remarquons aussi que, dans le cas de notre figure, la longueur du segment $[DD_2]$ est la moitié de celle du segment $[CC_2]$. Ce pantographe semble bien rétrécir une figure.



Empilement mobile de cercles.

Des bouteilles (en coupe : des cercles) sont empilées dans une caisse à fond horizontal. Chacune repose sur deux bouteilles de la couche en dessous ou (pour les couches de numéro impair) sur l'une des deux bouteilles extrêmes en touchant le côté de la caisse.

On constate (et on peut démontrer) que si la première couche comporte k cercles, dont k-2 sont mobiles, ainsi que les k centres de la couche n° 2k-1 (la dernière sur les figures), cette dernière couche est symétrique de la première. En outre, elle est horizontale si les bords de la caisse sont verticaux.

Les propriétés d'alignement et de symétrie se conservent lorsqu'on déplace les bouteilles mobiles du bas ! On peut même permettre aux cercles d'une même couche de s'intersecter et incliner les bords de la caisse !

Pour k = 4 on a en outre un alignement dans la couche du milieu (la 4ème).

Charles Payan et groupe Cabri-géomètre, LSD2, 1989.